

Ne soyez pas avares de mots : détaillez vos réponses, prouvez vos affirmations.

**IMPORTANT : Pensez à noter le numéro du sujet sur votre copie.**

Durée : 1h. Documents autorisés. Pas de calculatrices. Pas d'ordinateur. Pas de téléphone.

---

**Question 1**

Développer le calcul suivant en base 5 :

$$11 \cdot (10041 - 4111).$$

**Question 2**

Effectuer les conversions suivantes

(a)  $(13B)_{16}$  en base 2.

(b)  $(725)_{10}$  en base 3.

**Question 3**

Calculer

—  $\log_2 64^3$  ;

—  $2^{\log_2 28}$  ;

—  $\log_3 25$ , sachant que  $\log_5 3 = 1.46 \dots$

**Question 4**

Prouver que

$$p \rightarrow (p \rightarrow p) \models p \rightarrow (p \rightarrow (p \rightarrow p)).$$

**Question 5**

En utilisant les règles de la déduction naturelle (voir annexe au verso), écrire la preuve formelle de

$$\vdash (q \wedge r) \rightarrow r.$$

**Question 6**

Mettre la formule suivante en forme normale prénexe

$$\neg \forall y. \left( (\exists x. Q(x, y)) \rightarrow (\forall x. R(x, y)) \right).$$

**Question 7**

En utilisant exclusivement les constantes  $0, 1, 2, \dots$  et les symboles  $+$  et  $=$ , et le calcul des prédicats, écrire en langage logique l'affirmation « Tout nombre a un opposé ».

## Annexe : règles de la déduction naturelle

Hypothèse	$\frac{}{\Gamma, \phi \vdash \phi} H$
Tiers exclus	$\frac{}{\Gamma \vdash \phi \vee \neg \phi} T$
Affaiblissement	$\frac{\Gamma \vdash \phi}{\Gamma, \psi \vdash \phi} W$
Élimination du faux	$\frac{\Gamma \vdash \psi \wedge \neg \psi}{\Gamma \vdash \phi} F$
Introduction du <i>et</i>	$\frac{\Gamma \vdash \phi \quad \Gamma \vdash \psi}{\Gamma \vdash \phi \wedge \psi} I_{\wedge}$
Élimination du <i>et</i>	$\frac{\Gamma \vdash \phi \wedge \psi}{\Gamma \vdash \phi} L_{\wedge} \quad \frac{\Gamma \vdash \phi \wedge \psi}{\Gamma \vdash \psi} R_{\wedge}$
Introduction du <i>ou</i>	$\frac{\Gamma \vdash \phi}{\Gamma \vdash \phi \vee \psi} L_{\vee} \quad \frac{\Gamma \vdash \psi}{\Gamma \vdash \phi \vee \psi} R_{\vee}$
Élimination du <i>ou</i>	$\frac{\Gamma \vdash \phi \vee \psi \quad \Gamma \vdash \phi \rightarrow \chi \quad \Gamma \vdash \psi \rightarrow \chi}{\Gamma \vdash \chi} E_{\vee}$
Modus ponens	$\frac{\Gamma \vdash \phi \quad \Gamma \vdash \phi \rightarrow \psi}{\Gamma \vdash \psi} M$
Déduction	$\frac{\Gamma, \phi \vdash \psi}{\Gamma \vdash \phi \rightarrow \psi} D$