

Ne soyez pas avares de mots : détaillez vos réponses, prouvez vos affirmations.

IMPORTANT : Pensez à noter le numéro du sujet sur votre copie.

Durée : 1h. Seuls les notes de cours sont autorisées. Pas de calculatrices. Pas d'ordinateur. Pas de téléphone.

Question 1

Effectuer les conversions suivantes

(a) $(CB0)_{16}$ en base 4.

(b) $(12190)_{10}$ en base 5.

Question 2

Calculer la valeur en base 10 de l'expression suivante

$$\frac{(111000)_4 - (5C0)_{16}}{2^6}$$

Question 3

Un logicien qui dit toujours la vérité énonce les deux affirmations suivantes: « Si je n'ai pas de pantalon rouge alors je n'ai pas de pantalon vert », et « J'ai des pantalons rouges ou j'ai des pantalons verts ».

Que peut-on conclure sur le garde-robe du logicien ?

Question 4

Prouver que les deux prédicats suivants sont équivalents

$$\forall x.(p \wedge (r \rightarrow q)) \quad \text{et} \quad \neg \exists x.(p \rightarrow (r \wedge \neg q)).$$

Question 5

En utilisant exclusivement les constantes $0, 1, 2, \dots$, les symboles \leq et $=$, et le calcul des prédicats, écrire en langage logique l'affirmation « Il existe un unique nombre plus petit que tous les autres. ».

Question 6

On considère les deux prédicats suivants

$$\forall x.\exists y.(x < y) \quad \text{et} \quad \exists y.\forall x.(x < y).$$

Trouver un modèle qui vérifie les deux, et un modèle dans lequel un seul des deux est vrai. Justifier vos réponses.