

IN310 - Mathématiques pour l'informatique  
2<sup>ème</sup> contrôle continu

*Durée : 1h.*

**Seuls les notes de cours sont autorisées. Pas de calculatrices. Pas d'ordinateur. Pas de téléphone.**

**IMPORTANT** : Pensez à noter le numéro du sujet sur votre copie.

**Question 1**

Montrer par induction que  $\sum_{k=0}^n (k^2 + 6k - 2) = \frac{1}{6}(2n^2 + 19n - 12)(n + 1)$  pour tout  $n \geq 0$ .

**Question 2**

Si  $a, b \in \mathbb{R}$ , on note  $f_{a,b}$  la fonction

$$\begin{aligned} f_{a,b} : \mathbb{R} &\rightarrow \mathbb{R} \\ x &\mapsto ax + b \end{aligned}$$

Déterminer pour quelles valeurs de  $(a, b)$  la fonction  $f_{a,b}$  est injective et pour quelles valeurs elle est surjective.

**Question 3**

Soit  $A$  l'ensemble  $\{0, 1, 2, 3\}$ . Pour chacune des relations binaires sur  $A$  ci-dessous (exprimées comme des sous-ensembles de  $A \times A$ , dire si elle est réflexive, symétrique, anti-symétrique, transitive.

(a)  $\mathcal{R} = \{(0, 3), (0, 2), (1, 1), (2, 0), (2, 1), (2, 3)\}$ ,

(b)  $\mathcal{S} = \{(0, 0), (1, 1), (2, 2), (3, 3)\}$ ,

(c)  $\mathcal{T} = \{(0, 0), (0, 1), (1, 0), (1, 1), (2, 3), (3, 2)\}$ .

**Question 4**

On définit sur  $\mathbb{N}^2$  la relation  $\mathcal{R}$  par

$$(x, y)\mathcal{R}(x', y') \Leftrightarrow x = x'.$$

1. Montrer que  $\mathcal{R}$  est une relation équivalence.
2. Quelle est la classe d'équivalence de  $(3, 5)$ ? Combien d'éléments y-a-t'il dans cette classe?

**Question 5**

Donner le résultat des calculs ci-dessous. La réponse doit être un entier compris entre 0 et  $n - 1$ , où  $n$  est le module.

(a)  $10(3 + 13) \pmod{11}$     (b)  $27 \cdot 14 \pmod{13}$     (c)  $(13 + 17) \cdot 5 \pmod{15}$     (d)  $486 \cdot 30 \pmod{24}$

(e)  $484 \cdot 2411 \pmod{24}$

**Question 6**

Soient  $A$  et  $B$  des sous-ensembles d'un ensemble  $E$ . Prouver que :

$$A \cup B = E \quad \text{si et seulement si} \quad \bar{A} \subset B.$$