

IN310 - Mathématiques pour l'informatique  
3<sup>ème</sup> contrôle continu

*Durée : 1h20.*

**Seuls les notes de cours sont autorisées. Pas de calculatrices. Pas d'ordinateur. Pas de téléphone.**

**IMPORTANT** : Pensez à noter le numéro du sujet sur votre copie.

**Question 1**

Soient  $a = 167$  et  $b = 122$ .

1. Calculer le pgcd de  $a$  et  $b$ .
2. Utiliser l'algorithme d'Euclide étendu pour calculer deux entiers  $u$  et  $v$  tels que  $\text{pgcd}(a, b) = au + bv$ .
3. Calculer l'inverse de  $b$  modulo  $a$ .

**Question 2**

Le Petit Théorème de Fermat dit que si  $p$  est un nombre premier et  $a$  est un entier tel que  $\text{pgcd}(a, p) = 1$ , alors

$$a^{p-1} \equiv 1 \pmod{p}.$$

Utiliser le petit théorème de Fermat afin de calculer  $5^{212} \pmod{43}$ .

**Question 3**

On considère les matrices suivantes

$$A = \begin{pmatrix} -1 & 0 & -2 & 0 \\ 0 & -1 & 3 & 4 \\ 1 & -1 & 4 & 2 \\ 0 & -1 & 3 & 3 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 2 & -4 \\ -3 & 0 & -3 & 2 \\ -1 & -1 & -1 & 2 \\ 0 & 1 & 0 & -1 \end{pmatrix}$$

- (a) Calculer le produit  $AB$ .
- (b) Calculer le déterminant de  $A$ ,  $B$  et  $AB$ .

**Question 4**

Calculer l'inverse de la matrice suivante par la méthode de Cramer

$$A = \begin{pmatrix} 2 & -2 & 0 & 4 \\ 3 & -2 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 3 & 0 \\ -2 & 2 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

**Question 5**

Calculer une solution du système linéaire suivant par la méthode de Gauss

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & -3 \\ -1 & 0 & 2 \\ 0 & 1 & -3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 2 \\ 2 \end{pmatrix}$$