

IN310 - Mathématiques pour l'informatique  
2<sup>e</sup> contrôle continu 2020-2021

*Durée : 1h20.*

**Les documents sont autorisés. Pas de calculatrices. Pas d'ordinateur. Pas de téléphone.**

**Tous les calculs et toutes les réponses doivent être détaillés.**

**IMPORTANT** : Pensez à noter votre numéro de groupe sur votre copie.

**Question 1**

Montrer par induction que  $3^n > n^2$  pour tout  $n \geq 0$ .

**Question 2** Soit  $E$  et  $F$  deux ensembles, soit  $A, C$  deux sous-ensembles de  $E$  et soit  $B, D$  deux sous-ensembles de  $F$ . Démontrer que

$$(A \times B) \cap (C \times D) = (A \cap C) \times (B \cap D).$$

**Question 3**

Soit  $f : A \rightarrow B$  la fonction définie comme  $f(x) = x^2$  pour tout  $x \in A$ . Donner un domaine de départ  $A$  et un domaine d'arrivée  $B$  de façon que

- (a)  $f$  soit injective mais pas surjective
- (b)  $f$  soit surjective mais pas injective

Expliquer vos choix.

**Question 4**

Soit  $A$  l'ensemble  $\{0, 1, 2, 3\}$ . Pour chacune des relations sur  $A$  ci-dessous (exprimées comme des sous-ensembles de  $A \times A$ , dire si elle est réflexive, symétrique, anti-symétrique, transitive. Justifier vos réponses.

- (a)  $\mathcal{R} = \{(0, 3), (0, 2), (1, 1), (2, 0), (2, 1), (2, 3)\}$ ,
- (b)  $\mathcal{S} = \{(0, 0), (1, 1), (2, 2), (3, 3)\}$ ,
- (c)  $\mathcal{T} = \{(0, 0), (0, 1), (1, 0), (1, 1), (2, 3), (3, 2)\}$ .

**Question 5**

On considère la relation  $\mathcal{R}$  sur  $\mathbb{Z} \times \mathbb{Z}$  (paires d'entiers) définie par

$$(a, b)\mathcal{R}(c, d) \text{ si et seulement si } a - b \geq c - d$$

La relation  $\mathcal{R}$  est-elle une relation d'ordre ? Justifier votre réponse.