

IN310 - Mathématiques pour l'informatique
Examen Première Session - 9 janvier 2018

Durée : 2h.

Seuls les notes de cours sont autorisées. Pas de calculettes. Pas d'ordinateur. Pas de téléphone.

IMPORTANT : Pensez à noter le numéro du sujet sur votre copie.

Question 1

- (a) Convertir $(1011100)_2$ en base 5.
- (b) Poser la multiplication 21102×21 en base 3.

Question 2

On considère les trois prédicats

$$Q(x, y) : x \leq y, \quad R(x) : x - 5 = 3, \quad S(x) : x > 11.$$

Si le domaine du discours est les nombres naturels et l'interprétation des prédicats est l'usuelle, donner la valeur de vérité des propositions suivantes.

- (a) $\forall x (\neg S(x))$
- (b) $\exists y \forall x \neg Q(x, y)$
- (c) $\exists y \forall x (S(y) \wedge Q(x, y))$
- (d) $\forall x \forall y ((R(x) \wedge S(y)) \rightarrow Q(x, y))$

Justifier vos réponses.

Question 3

Montrer par induction que pour tout $n \geq 1$,

$$\sum_{i=1}^n \frac{1}{i(i+1)} = \frac{n}{n+1}.$$

Question 4

Dire, en justifiant votre réponse, si chacune des relations ci-dessous est réflexive, symétrique, ou transitive.

- (a) La relation R sur \mathbb{R} définie par :

$$xRy \Leftrightarrow xy \neq 0.$$

- (b) La relation S sur \mathbb{Z} définie par :

$$aSb \Leftrightarrow a - b \text{ est divisible par 2 ou par 3.}$$

Question 5

Soient A et B deux ensembles. Montrer l'équivalence suivante :

$$A \cap B = B \text{ si et seulement si } B \subseteq A.$$

Question 6

Dire si $a = 8$ et $b = 7$ sont inversibles dans $\mathbb{Z}/12\mathbb{Z}$. Si oui, donner leur inverse.

Question 7

Calculer l'inverse de la matrice suivante par la méthode de Gauss.

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 & 5 \\ 1 & 3 & 2 & 10 \\ 0 & 0 & 1 & 5 \\ 3 & 9 & 0 & 3 \end{pmatrix}$$

Question 8

Calculer une solution du système linéaire suivant par la méthode de Cramer.

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 \\ -1 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$$