

Ne soyez pas avares de mots : détaillez vos réponses, prouvez vos affirmations.

IMPORTANT : Pensez à noter le numéro du sujet sur votre copie.

Durée : 1h. Documents autorisés. Pas de calculatrices. Pas d'ordinateur. Pas de téléphone.

Question 1

Développer le calcul suivant en base 3 :

$$12 \cdot (10012 - 2220).$$

Question 2

Effectuer les conversions suivantes

(a) $(14C)_{16}$ en base 4.

(b) $(15385)_{10}$ en base 5.

Question 3

Montrer par induction que $\sum_{k=0}^n (3k - 2) = \frac{1}{2} (3n - 4)(n + 1)$ pour tout $n \geq 0$.

Question 4

(a) Comment reconnaître en base 3 un nombre divisible par 3 ?

(b) Prouver par induction que $(11)_3^n - (1)_3$ est divisible par 3 pour tout $n \geq 0$.

Question 5

Prouver que

$$r \rightarrow (q \vee p) \equiv p \vee (r \rightarrow q).$$

Question 6

Mettre la formule suivante en forme normale prénexe

$$\neg \left((\neg \forall y. \exists x. P(x, y)) \vee (\forall x. Q(x, y)) \right).$$

Question 7

En utilisant exclusivement les constantes $0, 1, 2, \dots$ et les symboles $<, >$ et $=$, et le calcul des prédicats, écrire en langage logique l'affirmation « Les nombres n'ont pas d'élément maximal ».