

IN310 - Mathématiques pour l'informatique  
Examen Deuxième Session - 21 juin 2018

*Durée : 2h.*

**Seuls les notes de cours sont autorisées. Pas de calculatrices. Pas d'ordinateur. Pas de téléphone.**

**Question 1**

- (a) Convertir  $(210102)_3$  en base 4.
- (b) Poser la multiplication  $41203 \times 32$  en base 5.

**Question 2**

On considère les deux prédicats suivants

$$\neg \exists x.(x > 1) \quad \text{et} \quad \exists x.\forall y.(x + y = y).$$

Trouver un modèle qui vérifie les deux, et un modèle dans lequel un seul des deux est vrai. Justifier vos réponses.

**Question 3**

Montrer par induction que

$$\sum_{k=0}^n (k^2 + 3k - 7) = \frac{1}{3}(n^2 + 5n - 21)(n + 1) \quad \text{pour tout } n \geq 0.$$

**Question 4**

On considère la relation  $\mathcal{R}$  sur les paires d'entiers définie par

$$(a, b)\mathcal{R}(c, d) \text{ si et seulement si } a - b \geq c - d$$

- (a) La relation  $\mathcal{R}$  est-elle une relation d'équivalence ? Si oui, décrire la classe d'équivalence de  $(0, 3)$ . Sinon, exhiber un contre-exemple.
- (b) La relation  $\mathcal{R}$  est-elle une relation d'ordre ?

Justifier vos réponses.

**Question 5**

- (a) Calculer le pgcd(34, 55) ainsi que des coefficients  $u, v \in \mathbb{Z}$  tels que  $u \cdot 34 + v \cdot 55 = \text{pgcd}(34, 55)$  en utilisant l'algorithme d'Euclide étendu.
- (b) Calculer l'inverse multiplicatif de 34 modulo 55.

**Question 6**

- (a) Calculer la table de multiplication de  $\mathbb{Z}/8\mathbb{Z}$ . S'agit-il d'un corps ?
- (b) Calculer  $6^{12} \pmod{8}$ .

**Question 7**

Calculer l'inverse de la matrice suivante par la méthode de Cramer.

$$A = \begin{pmatrix} 6 & 1 & 0 & 4 \\ 2 & 0 & 0 & 0 \\ 7 & 0 & 0 & 1 \\ 6 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

**Question 8**

Calculer une solution du système linéaire suivant par la méthode de Gauss.

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 3 & 2 & 5 \\ -1 & 2 & -2 & 5 \\ 2 & 6 & 4 & 7 \\ 0 & 5 & 2 & 6 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \\ w \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 11 \\ -6 \\ 19 \\ 5 \end{pmatrix}$$